

Journée IA & Agriculture

Conception des systèmes de verger-marâcher à l'aide de la programmation mathématique

Sara Maqrot¹, Simon De Givry², Gauthier Quesnel²
Marc Tchamitchian³

¹ Département Math-Info Université Toulouse 2

²UR 875, MIAT INRAE Toulouse

³UR 767, Ecodeveloppement INRAE Avignon

28 février 2020

Introduction

Enjeux de l'agriculture (exemples)

- Diminution de la pollution (produits chimiques)
- Préservation des ressources (eau, énergie)
- Meilleure biodiversité
- Nécessité de nourrir une population grandissante
- Alimentation diversifiée



Parmi les réponses

-> Agroforesterie : systèmes de vergers-maraîchers



Vergers

+



Maraîchage

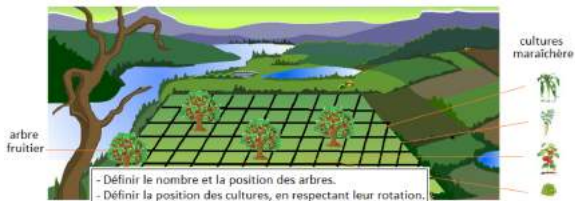
=



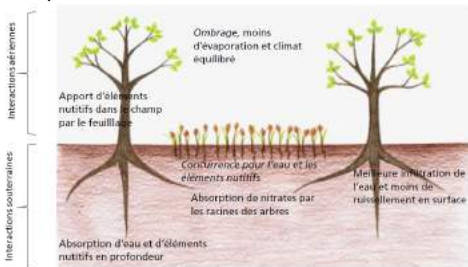
Vergers-maraîchers
Avignon France, 2015

Introduction

- Conception d'un système de verger-maraîcher



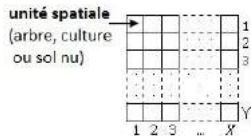
permettant d'optimiser les interactions entre arbres et cultures maraîchères.



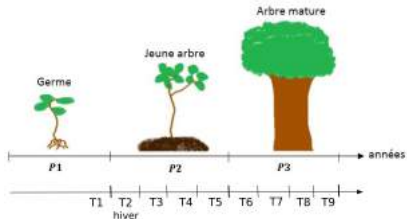
Modèle conceptuel de verger-maraîcher

Problème d'allocation des arbres et des cultures dans le temps et dans l'espace.

Représentation spatiale (grille carrée)



Horizon temporel (phases de croissance d'un arbre)

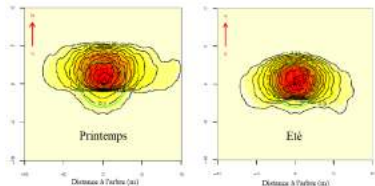


Choix des cultures

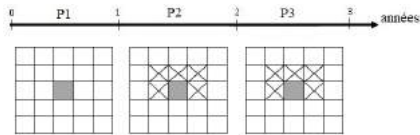
- 1 arbre fruitier : pommier.
- 5 cultures maraîchères : 3 variétés de salade, tomate, oignon, melon et carotte.
- 2 variétés d'engrais vert.

Modélisation des interactions aériennes

Arbre fruitier



Simulation de l'interception du rayonnement solaire d'un pommier (Source :INRA Avignon).



Zone potentiellement ombragée aux saisons printemps et été autour de l'arbre.

Interactions aériennes avec les cultures maraîchères

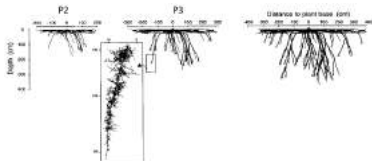
- : Effet négatif
- 0 : Effet neutre
- + : Effet positif

Sensibilité des cultures à l'ombre

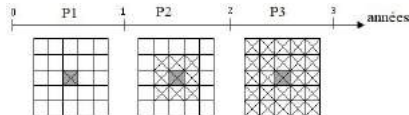
Cultures	Saisons ombrées	
	Printemps	Été
Salade	0	+30
Tomate	0	+20
Oignon	-10	0
Melon		-10
Carotte		0

Modélisation des interactions souterraines

Arbre fruitier



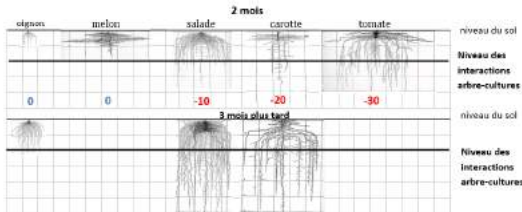
Simulation du système racinaire d'un prunier [Vercambre et al., 2003]



Vue latérale de l'évolution des racines d'un arbre.

Interactions souterraines avec les cultures maraîchères

Compétition pour l'eau en été (-)



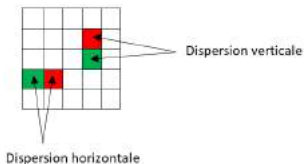
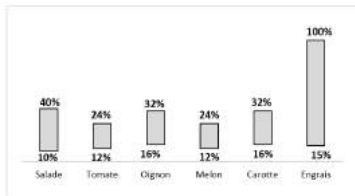
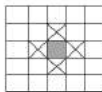
Partage de l'eau hors été (+) Absorption du surplus d'eau par les arbres

hiver	printemps	été	automne
+10	+10		+10

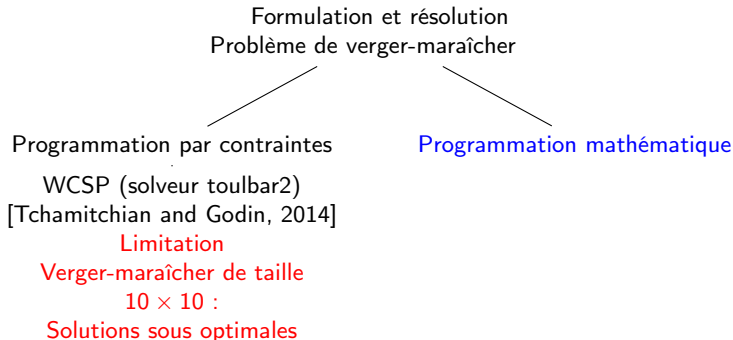


Règles d'organisation des cultures sur la parcelle

- 1 Espacement minimum entre arbres.
- 2 Production équilibrée : pourcentage minimum et maximum de la parcelle à attribuer à chaque culture à une saison donnée.
- 3 Groupement spatial des cultures maraîchères (éviter leur dispersion)
- 4 Rotation des cultures.



Formulation du modèle conceptuel



Verrous scientifiques : Concevoir des systèmes de verger-maraîcher avec des tailles proches des situations réelles (50 × 50).

Formulation mathématique

1) Modèle Quadratique Binaire (BQP : Binary Quadratic Programming)

Variables de décision

- $crop_{x,y}^{t,c} = 1$ ssi une unité spatiale de coordonnées x, y a une culture c au temps t
- $tree_{x,y} = 1$ ssi une unité spatiale de coordonnées x, y a un arbre
- $shade_{x,y} = 1$ ssi une unité spatiale de coordonnées x, y a de l'ombre
- $root_{x,y}^p = 1$ ssi une unité spatiale de coordonnées x, y a des racines à la période p

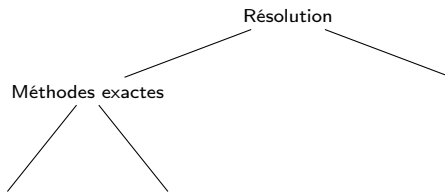
Fonction objectif quadratique

$$\min \left[\sum_{p,t,c,x,y} crop_{x,y}^{t,c} \times (A^{t,c} \times shade_{x,y} + B^{t,c} \times root_{x,y}^p + C^{t,c}) \right]$$

	Hiver			Printemps			Été			Automne		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C
Salade printemps				0	-10	10						
Salade été							-30	-10	20			
Salade automne										-10	10	
Tomate				0	-10	10	-20	30	10			
Melon							10	0	0			
Carotte							0	20	0	-10	10	
Oignon				10	-10	10	0	0	0			
Engrais vert 1										-10	10	
Engrais vert 2		-10	10							-10	10	
Sol nu		40	30	20	40	30	20	40	30	40	30	

Formulation mathématique

1) Modèle Quadratique Binaire (BQP : Binary Quadratic Programming)



1) Modèle BQP

CPLEX

- + Allocation spatiale complète
- + Solution optimale
- **Limitation : taille 10×10**

Formulation mathématique

2) Modèle en variables Mixtes (Mixed Integer Programming) - Décomposition de Benders

Méthode de décomposition de Benders

Problème maître
 (Positionnement des arbres)

Variables discrètes

$tree_{x,y}$
 $shade_{x,y}$
 $root_{x,y}^p$

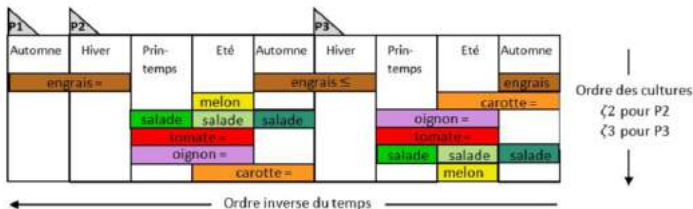
Sous-problème
 (Optimisation des interactions \Rightarrow quantités de production)

Variables continues (solutions entières)

$crop^{t,c}$
 $crop_{sr}^{t,c}$
 $crop_{sr}^{t,c}$

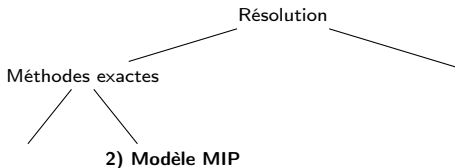
Méthode constructive post-traitement

Allocation spatio-temporelle complète des cultures maraîchères



Formulation mathématique

2) Modèle en variables Mixtes (Mixed Integer Programming) - Décomposition de Benders



CPLEX

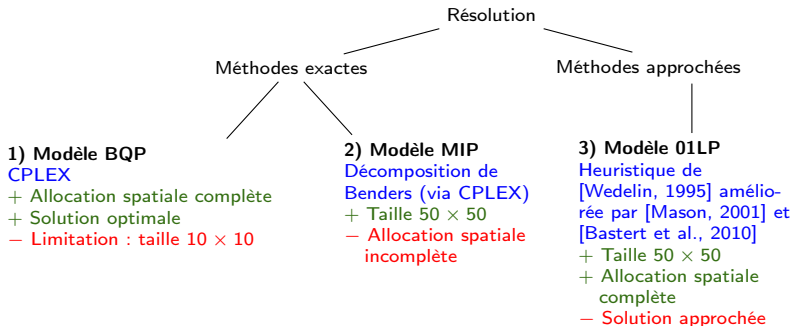
- + Allocation spatiale complète
- + Solution optimale
- **Limitation : taille 10×10**

Méthode de décomposition de Benders via CPLEX :

- + Taille 50×50
- **Allocation spatiale incomplète (rotation et dispersion traitées de manière heuristique en post-processing)**

Formulation mathématique

3) Modèle Linéaire 0/1 - Heuristique de Wedelin



- Implémentation de la version de [Bastert et al., 2010] ⇒ logiciel C++ **Baryonyx**¹
- Comparaison de Baryonyx à CPLEX et LocalSolver,

1. <https://github.com/quesnel/baryonyx>

Principe de base

- **Problème : optimiser {objectif \ contraintes}**

$$\min_{x \in \{0,1\}^n} \{cx \mid Ax = b\} \quad A \in \{0,1\}^{(m \times n)} \quad : \text{matrice de coefficients des contraintes}$$

$$b \in \mathbb{N}^m \quad : \text{vecteur colonne de contraintes}$$

$$c \in \mathbb{R}^n \quad : \text{vecteur ligne de coûts}$$

$$x \in \{0,1\}^n \quad : \text{vecteur solution}$$

- **Relaxation linéaire**

$$\min_{x \in \{0,1\}^n} \{cx \mid Ax = b\} \xrightarrow{\text{Résolution}} \text{solution fractionnaire} \xrightarrow{\text{Ex. B\&B}} \text{solution entière}$$

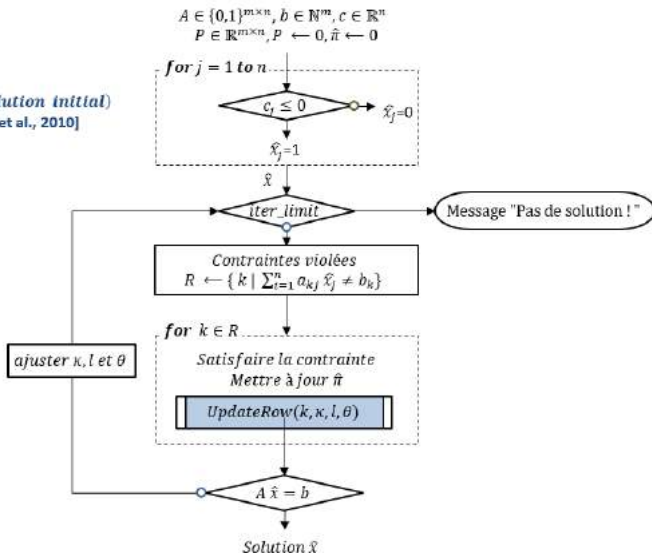
- **Relaxation Lagrangienne**

$$\min_{x \in \{0,1\}^n} \{cx - \pi(Ax - b)\} \xrightarrow{\text{Résolution du problème dual}} \max_{\pi} \{\pi b + \min_{x \in \{0,1\}^n} (c - \pi A)x\} \rightarrow \text{solution entière}$$

avec $\pi \in \mathbb{R}^m$ vecteur des multiplicateurs Lagrangiens

Étapes de l'algorithme [Bastert et al., 2010]

(Vecteur solution initial)
 [Bastert et al., 2010]

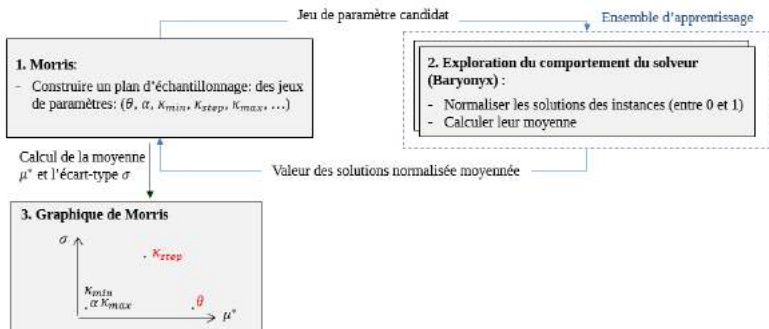


Synthèse des paramètres de Baryonyx

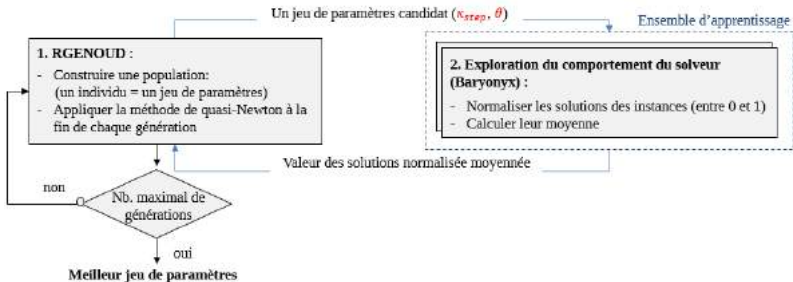
Paramètre	Domaine	Type	Description
t	$[0, +\infty[$	Continus	- Temps maximal (en secondes) pour arrêter l'algorithme
κ_{\min}	$[0, \kappa_{\max}[$		- Valeur minimal du degré d'approximation κ
κ_{\max}	$[\kappa_{\min}, 1]$		- Valeur maximal de κ
κ_{step}	$[0, (\kappa_{\max} - \kappa_{\min})]$		- Valeur de mise à jour de κ
θ	$[0, 1]$		- Paramètre qui contrôle l'historique
l	$[0, +\infty[$		- Valeur de la perturbation aléatoire des coûts réduits
α	$[0, +\infty[$		- Paramètre adaptatif de κ (au nombre actuel des contraintes violées)
p	$[0, 1]$	- Paramètre de la loi de bernoulli $p \in [0, 1]$ utilisé pour choisir le pourcentage du vecteur solution initial ou la probabilité de trier les uns dans la solution pour la politique <i>init-policy</i> = <i>random</i>	
i	$[0, +\infty[$	Discrets	- Nombre des itérations maximal pour arrêter l'algorithme
w	$[0, i]$		- Nombre des itérations avant la mise à jour de κ
<i>preprocessing</i>	<i>none</i> memory $\leq / \geq / =$ (6 combinaisons)	Catégoriels	- Ordre de lecture des contraintes et des variables du problème
<i>constraint-order</i>	<i>none</i> <i>reversing</i> random <i>infeasibility-incr</i> (ou <i>-decr</i>) <i>lagrangian-incr</i> (ou <i>-decr</i>)		- Ordre de traitement des contraintes violées
<i>init-policy</i>	<i>bestert</i> <i>random</i> <i>best</i> <i>bestert-cycle</i> <i>random-cycle</i> <i>best-cycle</i>		- Politique de (ré)initialisation du vecteur solution
<i>norm</i>	l^1 l^2 l^∞ <i>random</i>		- Choix de la fonction de normalisation des coûts

Protocole de réglage des paramètres

- 1) Choisir un ensemble d'apprentissage
- 2) Appliquer une analyse de sensibilité (méthode de Morris)



3) Régler automatiquement les paramètres les plus importants (méthode de GENOUD)



4) Appliquer le jeu de paramètres optimisé sur l'ensemble des instances

Test de performance de Baryonyx après réglage des paramètres

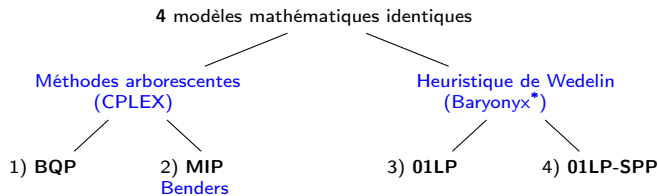
Résolution avec un temps limite de 60 secondes en utilisant 30 processeurs

Problème	Instances	Logiciels d'optimisation		
		Baryonyx	LocalSolver	CPLEX
Partitionnement d'ensembles (SPP)	SPP [Beasley, 1990]	0,01 % [55/55]	8,75 % [51/55]	0,00 % [55/55]
	Telebus [Borndörfer, 1998]	0,44 % [28/28]	35,82 % [18/28]	2,95 % [28/28]
	CSPLib022 [Suniel, 1999]	0,00 % [12/12]	1,54 % [10/12]	0,00 % [12/12]
	VCS (1800s) [Zaghrouti et al., 2014]	0,07 % [2/2]	- [0/2]	3,05 % [1/2]
N reines pondérées	nqueens [CFLib, 2018]	0,61 % [8/8]	36,34 % [8/8]	453,26 % [8/8]
Partitionnement Couverture Sac à dos	[MIPLIB, 2010]	771,09 % [21/29]	Non dispo.	1,70% [24/29]

% : Distance relative à la meilleure solution connue
 [Nb des instances résolues / Nb total des instances]

Résolution du problème de verger-maraîcher

Protocole expérimental



5 tailles de la parcelle : (10×10) , (15×15) , (20×20) , (30×30) et (50×50)

3 scénarios : *Above* et *Below*, *Equilibrate*

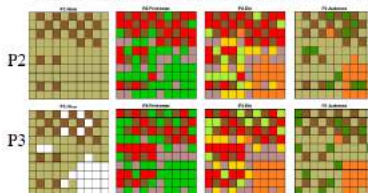
Instance	Modèles mathématiques			
	BQP	MIP	01LP	01LP-SPP
Equilibrate 50				
Nb. variables binaires	582.147	12.500	687.500	2.047.500
Nb. variables réelles	0	276	0	0
Nb. contraintes	244.396	22.826	976.125	1.976.073

* : Analyse de sensibilité (Morris) et optimisation des paramètres (GENOUD) sur l'instance *Equilibrate*(10×10) et généralisation sur les 14 instances restantes

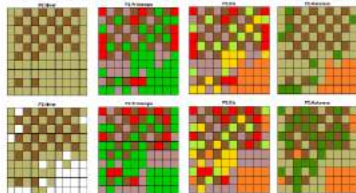
Visualisation des résultats

Solution de CPLEX, modèle BQP (taille : 10 × 10)

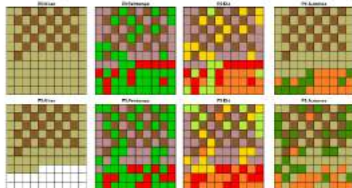
Above (interactions aériennes privilégiées)



Equilibrée (compromis entre les interactions)



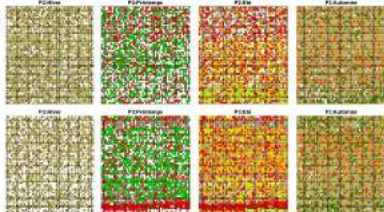
Below (interactions souterraines privilégiées)



Scénario Equilibrate, Verger-maraîcher (taille : 50 × 50)

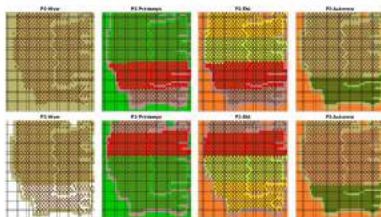
Baryonyx, modèle 01LP-SPP (Solution:104.890)

arbres
 12%



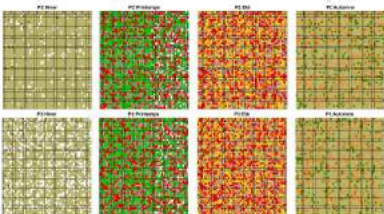
CPLEX, modèle MIP (Solution 84.960)

arbres
 32%



CPLEX, modèle BQP (Solution : 207.280)

arbres
 0,9%



Conclusions et Perspectives

- ✓ Implémentation d'une version générale multi-start de l'algorithme de Wedelin : **Baryonyx**
 - ✓ **Performance** : obtenir rapidement des solutions de bonne qualité.
 - ✗ **Difficulté** : trouver un réglage de paramètres pour une résolution optimale.
- ✓ Modélisation, formulation et résolution du problème de verger-maraîcher.
 - ✗ CPLEX avec la décomposition de Benders donne des solutions de très bonne qualité mais avec une allocation spatiale incomplète.
 - ✓ Baryonyx résout des problèmes de grande taille avec une allocation spatiale complète mais sans la rotation et la dispersion des cultures (**à ajouter**).

- Améliorer le comportement de Baryonyx :
 - Intégrer dans une métaheuristique (algorithme évolutionnaire)
 - Résoudre des problèmes avec une fonction objectif quadratique.
 - Auto-régler ses paramètres pendant la résolution
 - Estimer la qualité des solutions
- Améliorer le modèle conceptuel du verger-maraîcher :
 - Intégrer la répartition du temps de travail
 - Optimiser les interactions entre cultures et insectes nuisibles
 - Proposer un modèle économique avec des rendements



Bastert, O., Hummel, B., and de Vries, S. (2010).

A generalized Wedelin heuristic for integer programming.
[INFORMS Journal on Computing](#), 22(1) :93–107.



Beasley, J. E. (1990).

OR-Library 1990 a collection of test data sets for a variety of operations research (or) problems.
<http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/info.html>.
Accessed : 2019-03-04.



Borndörfer, R. (1998).

Aspects of set packing, partitioning, and covering.



CFLib (2018).

nqueens. 2019 générateur de problèmes des n-reines pondérées.
<https://forgemia.inra.fr/thomas.schiex/cost-function-library/tree/master/random/wqueens>.
Accessed : 2019-02-06.



Mason, A. J. (2001).

Elastic constraint branching, the Wedelin/Carmen Lagrangian heuristic and integer programming for personnel scheduling.
[Annals of Operations Research](#), 108(1-4) :239–276.



MIPLIB (2010).

MIPLIB. 2010 mixed integer problem library.
<http://miplib2010.zib.de/miplib2010-BP.phpm>.
Accessed : 2019-01-17.



Suniel, C. (1999).

CSPLib problem 022 : Bus driver scheduling.
<http://www.csplib.org/Problems/prob022>

Résultats

Résolution avec un temps limite de 600 secondes en utilisant 30 processeurs

Instances	Baryonyx V0.4		Cplex V12.8			
	01LP	01LP-SPP	01LP	01LP-SPP	BQP	MIP
Equilibrate_10	19.840	3.950	3.620	3.790	3.540	3.540
Equilibrate_15	45.980	8.910	8.550	8.870	8.210	7.740
Equilibrate_20	82.360	16.050	15.420	16.550	20.370	13.470
Equilibrate_30	191.540	36.150	77.220	∞	77.540	30.600
Equilibrate_50	539.080	∞	229.330	∞	207.280	211.500
Above_10	52.260	4.460	-2.610	-2.310	-2.670	-2.670
Above_15	124.490	11.150	-5.630	-2.920	-5.460	-6.050
Above_20	227.810	21.190	-8.910	-7.960	1.440	-10.660
Above_30	526.970	∞	191.770	∞	175.130	-23.160
Above_50	1.475.380	∞	544.150	∞	443.170	463.500
Below_10	160.430	38.550	31.720	33.430	31.720	31.720
Below_15	372.560	87.700	70.870	84.830	70.410	68.590
Below_20	682.520	156.330	134.700	152.620	161.240	118.500
Below_30	1.583.880	356.300	672.230	∞	674.870	261.990
Below_50	4.401.390	1.097.620	1.818.630	∞	1.836.910	1.863.000

3600 secondes avec 30 processeurs

Instance	baryonyx V0.4	cplex V12.8	
	Modèles complets 01LP-SPP	BQP	Modèle simplifié MIP
Equilibrate_50	104.890	207.280	84.960